

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Esame scritto del 20.10.2023

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

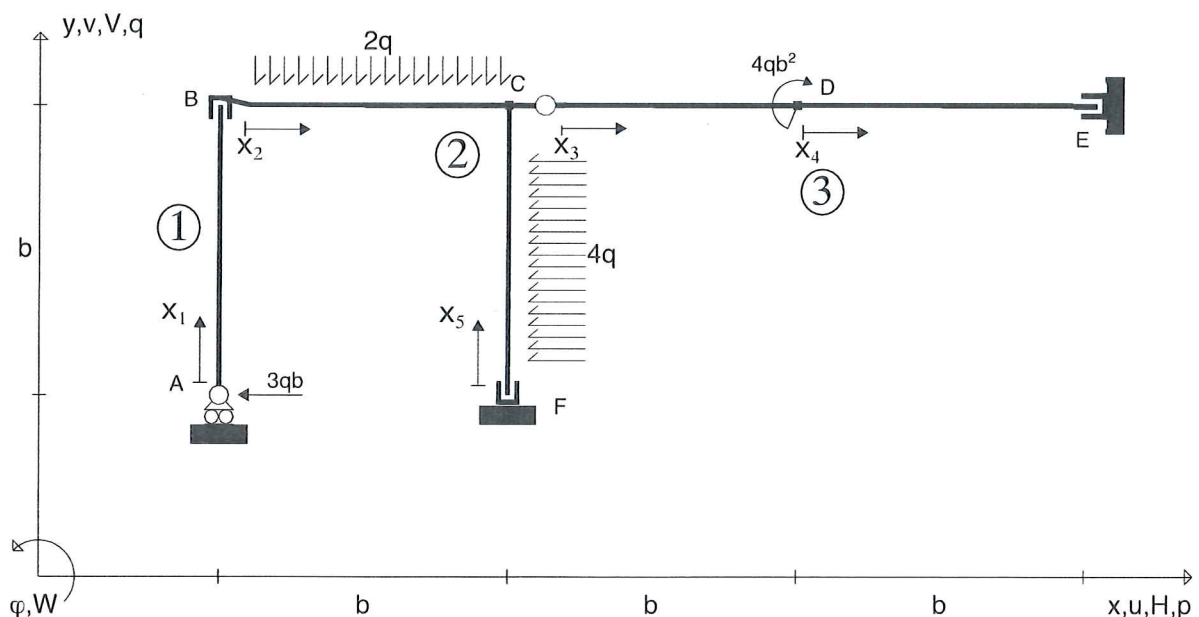
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 20-10-23*001



Equazioni ausiliarie $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)} = 0$
 $M_{z(e)}^{(1+2)} = 0$ oppure $M_{z(e)}^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

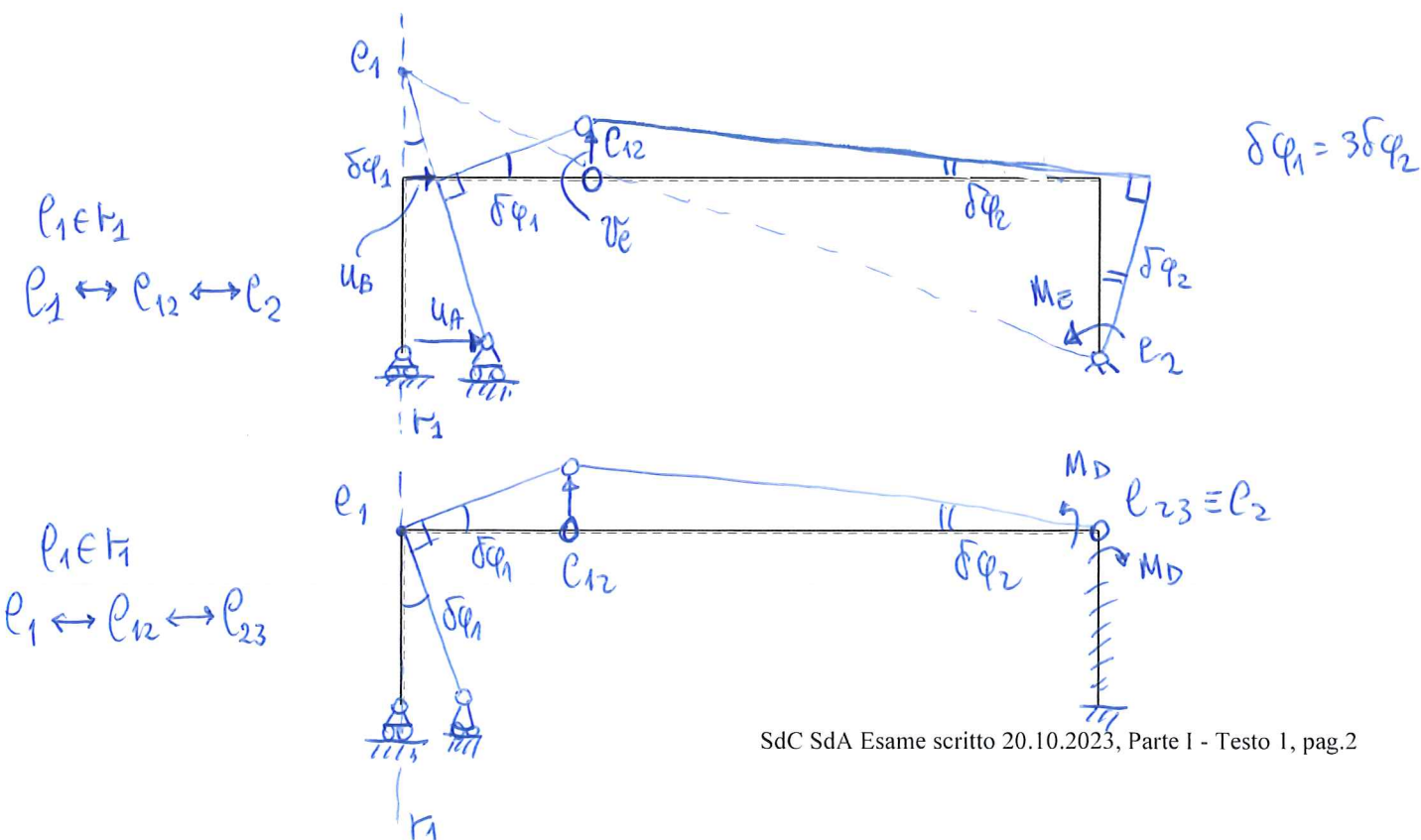
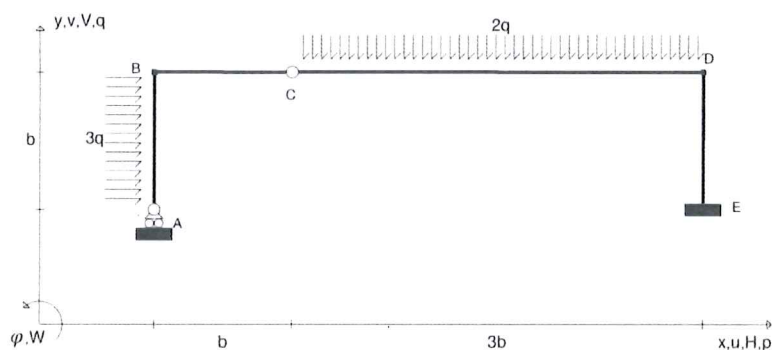
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_E(\varphi) = -\frac{3}{2}qb^2; C_1 = (0, \frac{4}{3}b); C_2 = (hb, 0); C_{12} = (b, b);$$

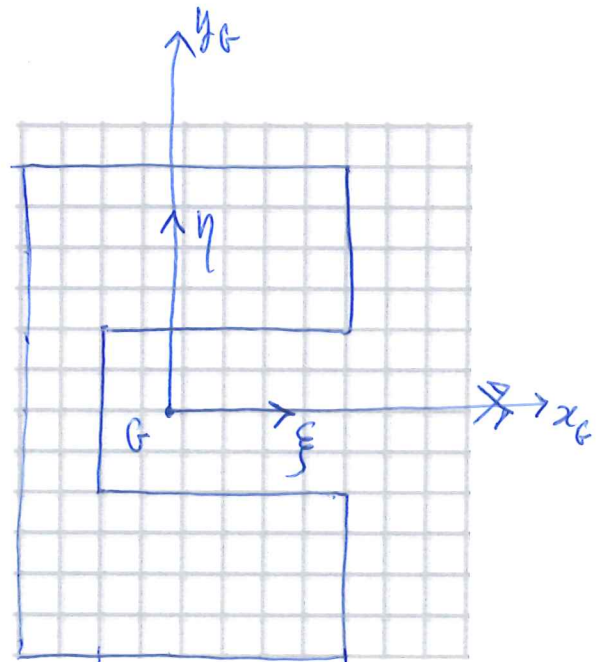
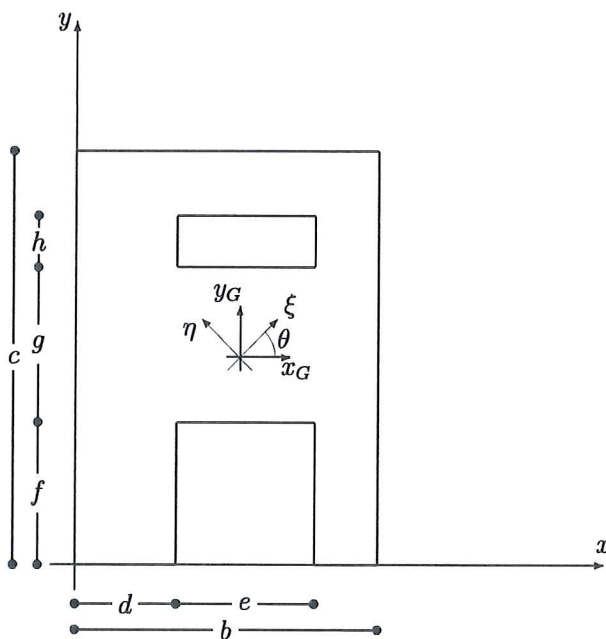
$$u_B = \frac{b}{3}\delta\varphi_1; v_C = b\delta\varphi_1 = 3b\delta\varphi_2$$

$$M_D(\varphi) = -\frac{9}{2}qb^2; u_B = 0; v_C = b\delta\varphi_1 = 3b\delta\varphi_2$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 6a$; $d = 1a$; $e = 3a$; $f = 0a$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



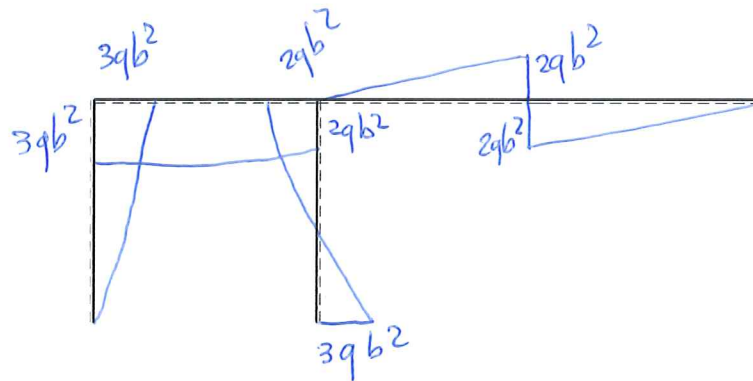
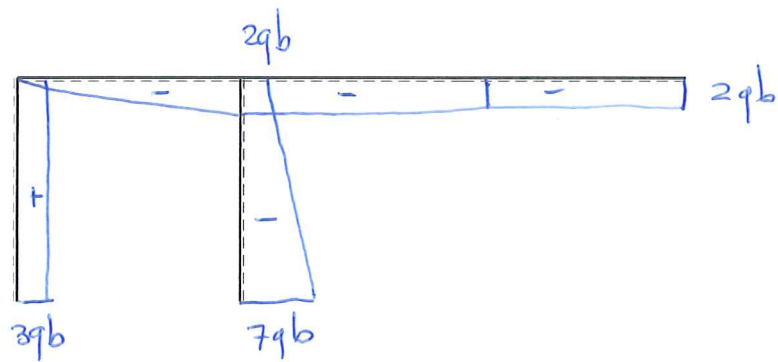
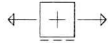
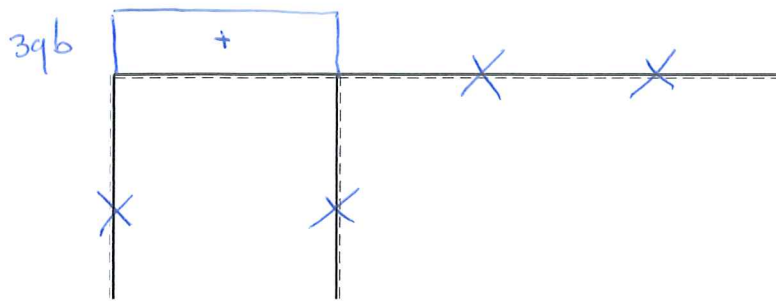
$$S_x = 54a^3; S_y = 33a^3;$$

$$x_G = 11/6 a = 1.8333 a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = 70a^4; J_{yG} = 51/2 a^4 = 25.5000 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 70a^4; J_\eta = J_{\min} = 51/2 a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= 0; & M_E(\curvearrowright) &= 0; & V_E(\uparrow) &= 2qb; & M_F(\curvearrowright) &= -3qb^2; & H_F(\Rightarrow) &= 7qb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 3qb; & M_{AB} &= -3qb \cdot x_1; \\
 N_{BC} &= 3qb; & T_{BC} &= -2q \cdot x_2; & M_{BC} &= 3qb^2 - q \cdot x_2^2; \\
 N_{CD} &= 0; & T_{CD} &= -2qb; & M_{CD} &= -2qb \cdot x_3; \\
 N_{DE} &= 0; & T_{DE} &= -2qb; & M_{DE} &= 2qb^2 - 2qb \cdot x_4; \\
 N_{FC} &= 0; & T_{FC} &= -7qb + 4q \cdot x_5; & M_{FC} &= 3qb^2 - 7qb \cdot x_5 + 2q \cdot x_5^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Esame scritto del 20.10.2023

Parte I - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

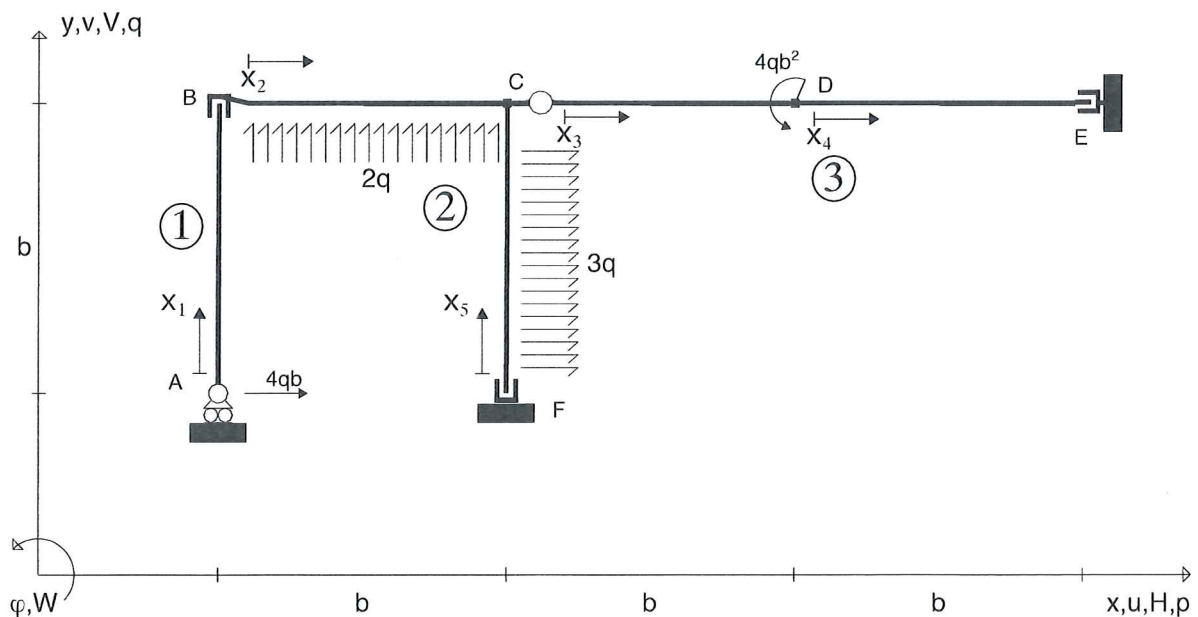
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 20.10.23*002



Equazioni ausiliarie $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)} = 0$
 $M_z^{(1+2)} = 0$ oppure $M_z^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

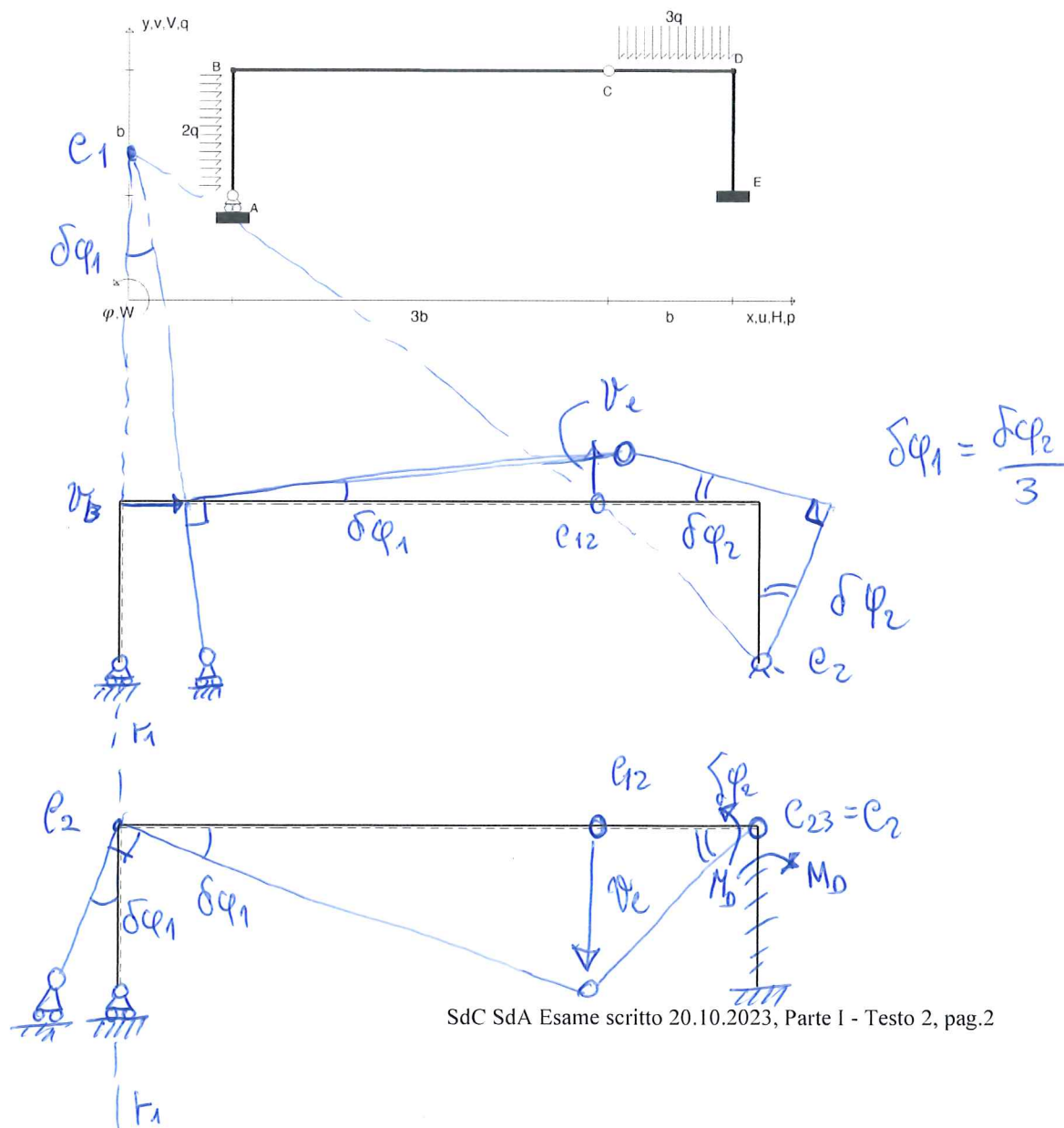
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_E(\varphi) = \frac{5}{6} q b^2; C_1 = (0, 4b); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (3b, b);$$

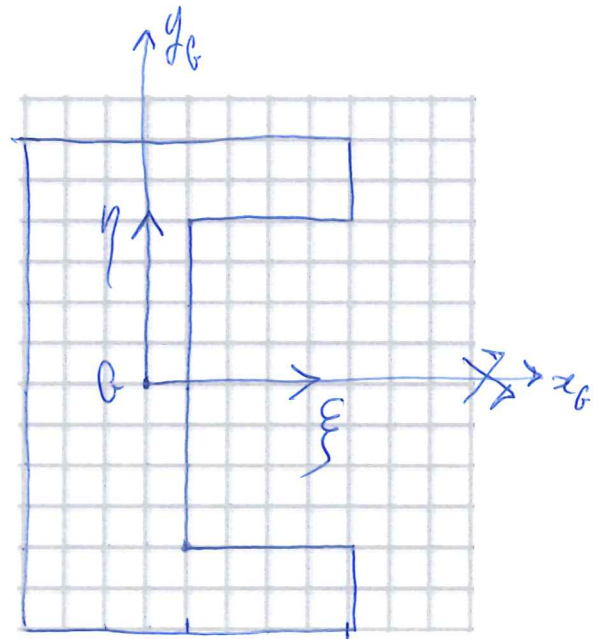
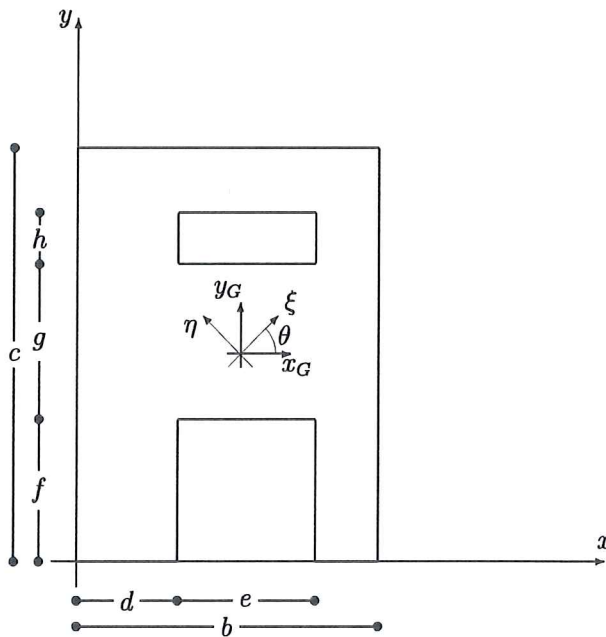
$$u_B = 3b \delta \varphi_1; v_C = 3b \delta \varphi_1 = b \delta \varphi_2$$

$$M_D(\varphi) = -\frac{7}{6} q b^2; u_B = 0; v_C = -3b \delta \varphi_1 = -b \delta \varphi_2$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 6a$; $d = 2a$; $e = 2a$; $f = 0a$; $g = 1a$; $h = 4a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



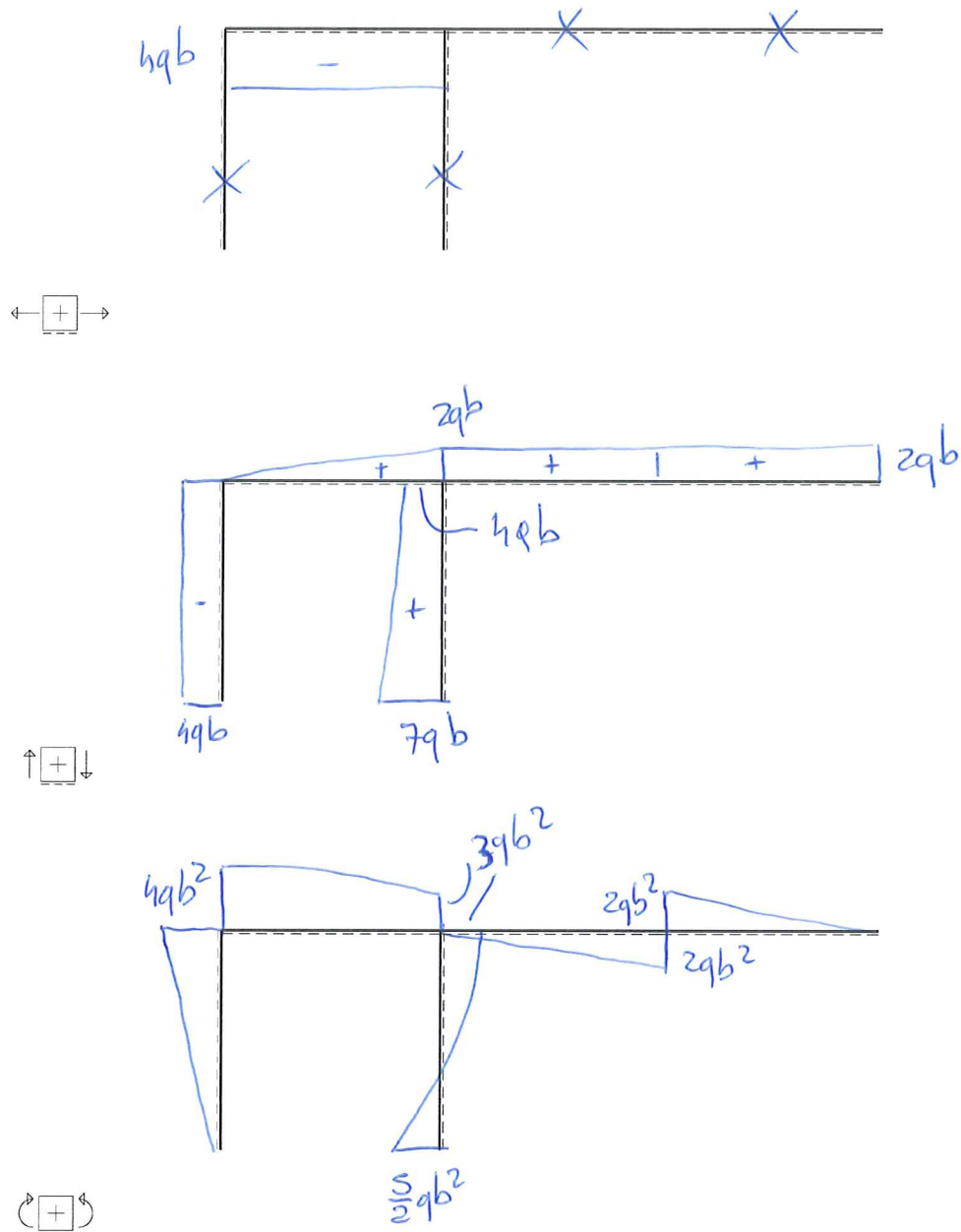
$$S_x = 48a^3; S_y = 24a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{2}a = 1.5000a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = \frac{184}{3}a^4 = 61.3333a^4; J_{yG} = \frac{52}{3}a^4 = 17.3333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{184}{3}a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{52}{3}a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= 0; & M_E(\curvearrowright) &= 0; & V_E(\uparrow) &= -2qb; & M_F(\curvearrowright) &= \frac{5}{2}qb^2; & H_F(\Rightarrow) &= -7qb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= -4qb; & M_{AB} &= 4qb \times x_1; \\
 N_{BC} &= -4qb; & T_{BC} &= 2q \times x_2; & M_{BC} &= -4qb^2 + q \times x_2^2; \\
 N_{CD} &= 0; & T_{CD} &= 2qb; & M_{CD} &= 2qb \times x_3; \\
 N_{DE} &= 0; & T_{DE} &= 2qb; & M_{DE} &= -2qb^2 + 2qb \times x_4; \\
 N_{FC} &= 0; & T_{FC} &= -3q \times x_5 + 7qb; & M_{FC} &= -\frac{5}{2}qb^2 + 7qb \times x_5 - \frac{3}{2}q \times x_5^2;
 \end{aligned}$$